Olimpiada Naţională de Matematică 2015
Testele de Selecţie Juniori II şi III

Abstract. Comments on several of the problems sat at subsequent Junior Selection Tests 2015.

Se adresează claselor V, VI, VII, VIII.
Data: 18 mai (fundarea, în 1642, a Montréal-ului) 2015.
Autor: Dan Schwarz, Bucureşti.

Sweet child in time, you'll see the line;
Line that's drawn between Good and Bad.[1]

0. Introducere

Aceste comentarii asupra Testelor de Selecţie Juniori II şi III (posterioare Testului I de la Olimpiada Naţională 2015) reflectă, ca de obicei, opinia personală a autorului.[2]

Voi indica prin culoarea roşie eventualele erori, sau notaţiile abuzive din enunţurile originale, şi prin culoarea verde varianta de preferat (sau care lipsea din enunţ sau soluţie). Voi folosi în mod predilect şi culoarea albastră pentru comentariile de natură personală.

1. Al Doilea Test de Selecţie – Juniori

Subiectul (1). *Determinaţi toate numerele naturale N având un număr par de cifre, care au proprietatea că, dacă inserăm semnul înmulţirii exact la mijloc între cifrele lui N, rezultatul înmulţirii este un divizor al lui N.*
(De exemplu, 12 este un astfel de număr, pentru că $1 \cdot 2$ îl divide pe 12.)

Dan Schwarz

Soluţie. Fie $N = \overline{a_1 a_2 \ldots a_n \, b_1 b_2 \ldots b_n}$ un număr cu $2n$ cifre (deci cu $a_1 \geq 1$). Fie şi $A = \overline{a_1 a_2 \ldots a_n}$, $B = \overline{b_1 b_2 \ldots b_n}$; prin ipoteză ni se dă

$$10^n A + B = N = kAB$$

pentru un anume număr natural nenul k. Folosind **SFFT** (*Simon's Favourite Factoring Trick*), ajungem printr-o semi-factorizare convenabilă la expresia

$$(kA - 1)(kB - 10^n) = 10^n.$$

[1] Deep Purple – Child in Time `https://www.youtube.com/watch?v=PfAWReBmxEs`
[2] Enunţuri, soluţii oficiale şi rezultate, printre care componenţa lotului restrâns, la
`http://ssmr.ro/files/onm2015/baraj_juniori_13.05.2015.pdf`
`http://ssmr.ro/files/onm2015/baraj_juniori_14.05.2015.pdf`
`http://ssmr.ro/files/onm2015/rezultate_baraj_15.05.pdf`

Pentru $n = 1$ rezolvăm imediat $(kA - 1)(kB - 10) = 10$, cu A şi B cifre nenule, pentru a obţine $\boxed{N \in \{1\,1, 1\,2, 1\,5, 2\,4, 3\,6\}}$.[3]

Pentru $n \geq 2$ avem $10^{n-1} \leq A < 10^n$ şi $1 \leq B < 10^n$, aşadar $1 < k < 10$. O discuţie pe cazuri urmează.

- $k = 2$. Atunci $2 \cdot 10^{n-1} - 1 \leq 2A - 1 \mid 10^n$, deci $2A - 1 \leq 5^n$, forţând $n \leq 2$. Din $(2A - 1)(2B - 100) = 100$ obţinem $\boxed{N = 13\,52}$.
- $k = 3$. Atunci $3 \cdot 10^{n-1} - 1 \leq 3A - 1 \mid 10^n$. Nu putem avea $3A - 1 = 10^n$, imposibil modulo 3. Nu putem avea $3A - 1 = 2 \cdot 10^{n-1}$, căci prea mic. Pentru $3A - 1 = 5 \cdot 10^{n-1}$ obţinem $\boxed{A = \dfrac{5 \cdot 10^{n-1} + 1}{3},\ B = 2A}$ (de exemplu, pentru $n = 2$ obţinem $\underline{N = 17\,34}$, iar pentru $n = 3$ obţinem $\underline{N = 167\,334}$). Astfel ajungem la o **primă** familie infinită de soluţii.
- $k = 4$. Atunci $4 \cdot 10^{n-1} - 1 \leq 4A - 1 \mid 10^n$, deci $4A - 1 \leq 5^n$, imposibil.
- $k = 5$. Atunci $5 \cdot 10^{n-1} - 1 \leq 5A - 1 \mid 10^n$, deci $5A - 1 \leq 2^n$, imposibil.
- $k = 6$. Atunci $6 \cdot 10^{n-1} - 1 \leq 6A - 1 \mid 10^n$, deci $6A - 1 \leq 10^n$, fapt care forţează $6A - 1 = 10^n$, imposibil modulo 3.
- $k = 7$. Atunci $7 \cdot 10^{n-1} - 1 \leq 7A - 1 \mid 10^n$, deci $7A - 1 \leq 10^n$, fapt care forţează (ca mai sus) $7A - 1 = 10^n$. Aceasta conduce la $\boxed{A = \dfrac{10^n + 1}{7} = B}$, cu singura condiţie ca $\boxed{n \text{ să fie un multiplu impar al lui } 3}$, pentru ca A şi B să fie întregi (de exemplu, pentru $n = 3$ obţinem $\underline{N = 143\,143}$,[4] în timp ce pentru $n = 9$ obţinem $\underline{N = 142857143\,142857143}$). În acest fel ajungem la o **secundă** familie infinită de soluţii.
- $k = 8$ şi $k = 9$ nu funcţionează, căci forţează $kA - 1 = 10^n$, imposibil modulo 2 sau modulo 3.

Sumarizând, soluţiile sunt $N \in \{1\,1, 1\,2, 1\,5, 2\,4, 3\,6\}$, valoarea sporadică izolată $N = 13\,52$, şi cele două familii infinite descrise mai sus. $\square$

Remarcă. Problema are multe soluţii – dintre care sunt uşor de ”omis” una/alta, deci permite un punctaj pe scală extinsă. Deşi mai laborioasă decât Problema 3 (care este o problemă ”de idee”, fără multe variaţiuni posibile de scor), probabil că plasarea ei pe prima poziţie este justificată, tocmai din cauza acestui evantai de posibilităţi.

Subiectul (2)**.** *Fie $a, b, c > 0$ astfel încât $a \geq bc^2$, $b \geq ca^2$ şi $c \geq ab^2$. Determinaţi valoarea maximă a expresiei*

$$E = abc(a - bc^2)(b - ca^2)(c - ab^2).$$

Lucian Petrescu

[3] Desigur, acestea sunt singurele numere de 2 cifre divizible prin produsul cifrelor lor; vezi şi Sloane's Encyclopaedia of Integer Sequences `https://oeis.org/A007602`.

[4] Această soluţie este **unica** pentru un caz foarte particular al acestei probleme, întrebat la concursul ”Formula of Unity” 2014/2015 Runda I-a, Problema 6, clasa R8.

Soluţie. Printr-o imediată (şi naturală) re-scriere obţinem

$$E = abc(a-bc^2)(b-ca^2)(c-ab^2) = (ab-b^2c^2)(bc-c^2a^2)(ca-a^2b^2) \leq \left(\frac{\sum ab - \sum (ab)^2}{3}\right)^3.$$

Dar $\sum(ab-(ab)^2) \leq 3/4$, căci echivalent cu $\sum(ab-1/2)^2 \geq 0$; egalitate se obţine pentru $ab = bc = ca = 1/2$, adică $a = b = c = \sqrt{2}/2$, pentru care $\boxed{\max E = 1/64}$ (valoarea minimă este evident $\min E = 0$). De notat că universul problemei este un continuum cu interior nevid în $\mathbb{R}^3$. □

Remarcă. Cam subţire ... dar cine ştie ce scop anume a urmărit comisia de probleme?

Subiectul (3)**.** *Poate mulţimea numerelor naturale nenule fi partiţionată în două submulţimi, astfel încât niciuna dintre submulţimi să nu conţină o progresie aritmetică infinită (de raţie nenulă)?*

DAN SCHWARZ

Soluţie. $\boxed{\text{DA}}$. Se poate lua

$$A = \{1, 3, 4, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 21, \ldots\},$$
$$B = \{2, 5, 6, 10, 11, 12, 17, 18, 19, 20, 26, \ldots\},$$

adică, pentru cuvântul infinit $W = w_1w_2\cdots w_k\cdots = aba^2b^2\cdots a^nb^n\cdots$, luând A mulţimea indicilor i pentru care $w_i = a$, iar B mulţimea indicilor j pentru care $w_j = b$. Deoarece termenii unei progresii aritmetice sunt egal spaţiaţi, iar A şi B conţin "găuri" oricât de lungi, argumentul care dă răspunsul este imediat. □

Remarcă. Evident, pentru progresii aritmetice finite, **arbitrar de lungi**, Teorema lui VAN DER WÆRDEN[5] dă răspunsul NU. Aceasta este şi motivaţia pentru această întrebare, căci în mod ciudat, literatura nu menţionează această imediată, dar esenţială completare a sus-numitei teoreme.

Subiectul (4)**.** *Fie ABC un triunghi cu $AB \neq BC$, şi fie $(BD$ bisectoarea interioară a unghiului $\angle ABC$, unde $D \in AC$. Notăm şi cu M mijlocul arcului AC al cercului circumscris triunghiului ABC care conţine punctul B. Cercul circumscris triunghiului BDM intersectează segmentul $[AB]$ în punctul $K \neq B$; fie J simetricul lui A faţă de K. Dacă $DJ \cap AM = \{O\}$, demonstraţi că punctele J, B, M, O sunt conciclice.*

~~ShortList JBMO 2014, Problem G5~~

Remarcă. Vedeţi soluţia oficială ... ca de obicei, geometrie nu prea consum (dar se pare că nimic mai mult decât "*some angle chasing*" nu este cerut). Iar rezultatele vin să confirme că problema nu a fost prea grea.

Un Test de Selecţie II nu prea dificil; au existat generaţii trecute în care cel puţin 3/4 scoruri perfecte ar fi fost obţinute. Dar aceste fluctuaţii în timp sunt naturale, şi de îndurat.

[5] http://mathworld.wolfram.com/vanderWaerdensTheorem.html

2. AL TREILEA TEST DE SELECŢIE – JUNIORI

Subiectul (1)**.** *Fie mulţimea $M_q = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^3 - 2015x = q\}$, unde q este un număr raţional oarecare.*

a) Arătaţi că există valori pentru q astfel încât mulţimea de mai sus să fie vidă, respectiv să aibă exact un element.

b) Determinaţi toate valorile posibile ale lui Card M_q card M_q.

CRISTIAN LAZĂR

Soluţie.

a) Este clar că $M_0 = \{0\}$; ar trebui să fie la fel de clar că $M_1 = \emptyset$, din Teorema Rădăcinii Raţionale (la rândul ei, un caz particular al Lemei lui GAUSS). Mai interesant ar fi să arătăm că există **infinit** de multe din ambele tipuri. Este uşor de văzut că $M_p = \emptyset$ pentru p număr prim, deci avem infinit de multe instanţe ale acestui tip.

Fie $f(x)$ funcţia polinomială $f(x) = x^3 - 2015x$. Atunci evident pentru $q \in f(\mathbb{Q})$ vom avea $M_q \neq \emptyset$. Aplicând rezultatul de la punctul b) va rezulta chiar $|M_q| = 1$, deci infinit de multe instanţe şi ale acestui tip.

b) Vom demonstra că nu putem avea $|M_q| > 1$. Fie $\rho = m/n$ o rădăcină raţională a ecuaţiei $f(x) - q = 0$ (unde luăm m, n coprime). Din Algoritmul lui EUCLID avem

$$f(x) - q = (x - \rho)(x^2 + \rho x + \rho^2 - 2015).$$

Căutăm rădăcini raţionale ale ecuaţiei $x^2 + \rho x + \rho^2 - 2015 = 0$, adică ale ecuaţiei $n^2x^2 + mnx + m^2 - 2015n^2 = 0$. Discriminantul acestui trinom este $\Delta = n^2(8060n^2 - 3m^2)$, deci avem nevoie de $8060n^2 - 3m^2 = k^2$ pentru un anume număr natural k. Modulo 3 aceasta implică $2n^2 \equiv k^2 \pmod 3$, ceea ce nu este posibil decât dacă $3 \mid n$ şi $3 \mid k$, dar atunci trebuie şi $3^2 \mid 3m^2$, adică $3 \mid m$, absurd. Prin urmare nu pot exista alte rădăcini raţionale (de fapt obţinem chiar puţin mai mult, anume că nu există nicio rădăcină raţională ρ multiplă, ceea ce este oricum trivial, căci atunci ar trebui şi $3\rho^2 - 2015 = 0$, imposibil). $\square$

Remarcă. Să spun că-mi place această problemă? nu. În dorinţa de a fi elementară şi prietenoasă, soluţia oficială este cam supra-extinsă. În esenţă, un exerciţiu elementar de teoria polinoamelor cu coeficienţi raţionali, cam arid, şi direct pentru cei care cât de cât sunt la curent cu anumite rezultate introductorii.

Subiectul (2)**.** *Determinaţi numerele reale x, y, z care verifică egalităţile*

$$y = \frac{x^3 + 12x}{3x^2 + 4}, \quad z = \frac{y^3 + 12y}{3y^2 + 4}, \quad x = \frac{z^3 + 12z}{3z^2 + 4}.$$

MARIUS PERIANU

Soluţie. Este destul de transparent faptul că $\dfrac{t^3+12t}{3t^2+4} \pm 2 = \dfrac{(t\pm 2)^3}{3t^2+4}$. Aşadar, dacă $\pm 2 = t \in \{x,y,z\}$, rezultă $\boxed{x=y=z=\pm 2}$, o pereche de soluţii. Dacă nu, rezultă $\dfrac{y+2}{y-2} = \left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)^3$ şi celelalte, deci $\dfrac{t+2}{t-2} = \left(\dfrac{t+2}{t-2}\right)^{27}$ pentru $t \in \{x,y,z\}$. Atunci $\dfrac{t+2}{t-2} \in \{-1,0,1\}$, cu singura posibilitate rămasă $t=0$, ceea ce conduce la ultima soluţie $\boxed{x=y=z=0}$. $\square$

Soluţie Alternativă. Funcţia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(t) = \dfrac{t^3+12t}{3t^2+4}$ este strict crescătoare pe întreg $\mathbb{R}$, concavă pe $(-\infty,-2] \cup [0,2]$ şi convexă pe $[-2,0] \cup [2,+\infty)$. Ecuaţia $f(t)=t$ are rădăcinile 0 şi ± 2. Egalităţile date se scriu $y=f(x)$, $z=f(y)$, $x=f(z)$, prin urmare $t=f(f(f(t)))$ pentru $t \in \{x,y,z\}$. Acesta este un caz extrem de cunoscut pentru materia clasei a XI-a, unde definind şirul $(a_n)_{n\geq 0}$ prin $a_{n+1}=f(a_n)$ pentru $n \geq 0$, se pune problema convergenţei. Concluzia este că pentru $a_0 \in \{-2,0,2\}$ şirul este constant, iar pentru orice altă valoare a lui a_0 converge monoton la -2 pentru $a_0 \in (-\infty,0)$, şi la 2 pentru $a_0 \in (0,+\infty)$. Prin urmare, singurele soluţii la problema noastră sunt $\boxed{x=y=z=t \text{ pentru } t \in \{-2,0,2\}}$. $\square$

Remarcă. Soluţia oficială este puţin cam eliptică în concluzia ei.

Subiectul (3)**.** *Considerăm triunghiul ascuţitunghic ABC, cu $AB \neq AC$ şi cu ortocentrul în punctul H. Punctul D este situat pe latura BC, iar cercurile circumscrise triunghiurilor ABD şi ACD intersectează pentru a doua oară dreptele AC, respectiv AB, în punctele E, respectiv F.*

Dacă notăm cu P punctul de intersecţie a dreptelor BE şi CF, arătaţi că $HP \parallel BC$ dacă şi numai dacă dreapta AD trece prin centrul cercului circumscris triunghiului ABC.

Ioan-Laurenţiu Ploscaru

Remarcă. Ca de cele mai multe ori, fără comentarii pentru geometrie; consultaţi soluţia oficială.

Subiectul (4)**.** *Fiecare din vârfurile unui poligon regulat cu n laturi este marcat iniţial cu unul dintre semnele "+" sau "−". O mutare constă în alegerea a trei vârfuri consecutive şi în schimbarea, din "+" în "−" şi din "−" în "+", a semnelor scrise în aceste vârfuri.*

a) Demonstraţi că dacă $n = 2015$, atunci oricare ar fi semnele scrise iniţial în vârfuri, printr-o succesiune de mutări se poate ajunge ca în fiecare vârf să fie scris semnul "+".

b) Demonstraţi că dacă $n = 2016$, atunci există alegeri ale semnelor scrise iniţial în vârfuri de la care să nu se poată ajunge, printr-o succesiune de mutări, la poziţia cu toate vârfurile marcate cu "+".

***

Soluţie. Înclin să cred că autorul moral al acestei probleme sunt chiar eu! Problema este un caz particular din Problema 3, Testul de Selecţie I Seniori din 2009, care suna astfel (citez din **RMC 2009** în limba engleză).

> Some $n > 2$ lamps are cyclically connected; lamp 1 with lamp 2, ..., lamp k with lamp $k+1$, ..., lamp $n-1$ with lamp n, lamp n with lamp 1. At the beginning all lamps are off. When one pushes the switch of a lamp, that lamp and the two ones connected to it change status (from off to on, or vice versa). Determine the number of configurations of lamps reachable from the initial one, through some set of switches being pushed.

Acest ciclu C_n este doar un caz particular de graf simplu finit $G = (V, E)$. O Teoremă generală găsită de mine afirmă că, notând cu $A = (a_{i,j})$ matricea de adiacenţă a grafului G, adică $a_{i,j} = 0$ dacă $v_iv_j \notin E$ şi $a_{i,j} = 1$ dacă $v_iv_j \in E$, pentru $1 \leq i, j \leq |V|$, atunci răspunsul este $\boxed{2^{\mathrm{rank}(A+I)}}$. Voi transpune una dintre soluţiile directe prezentate în **RMC 2009** în limbajul problemei de faţă.

Este clar că problema este echivalentă cu a întreba când, pornind dintr-o configuraţie $\mathcal{C}_0$ cu toate vârfurile "+", putem obţine orice altă configuraţie $\mathcal{C}$ printr-o secvenţă de mutări S, căci atunci şi $\mathcal{C}_0$ se obţine din $\mathcal{C}$ prin aceeaşi secvenţă S. Etichetăm vârfurile poligonului cu resturile modulo n, în sensul acelor de ceasornic. Combinarea a două mutări asupra tripletelor $(i, i+1, i+2)$ şi $(i+1, i+2, i+3)$ are ca efect schimbarea semnelor din vârfurile i şi $i+3$, în timp ce toate celelalte rămân neschimbate. Iterând această procedură de k ori are ca efect schimbarea semnelor din vârfurile i şi $i+3k$, în timp ce toate celelalte rămân neschimbate.

Dacă n nu este un multiplu de 3, voi arăta că orice configuraţie poate fi obţinută din cea iniţială. Pentru orice două vârfuri $i \neq j$ există k astfel încât $j \equiv i + 3k \pmod{n}$. Din cele de mai sus rezultă că putem schimba semnul oricărei perechi de vârfuri. Dacă o configuraţie are un număr par de vârfuri "$-$", aceasta înseamnă că putem să le obţinem pe toate, în perechi. Dacă o configuraţie are un număr impar de vârfuri "$-$", putem face orice mutare, astfel obţinând un număr par de vârfuri "$-$", şi apoi procedând ca mai sus. Astfel, în acest caz, toate configuraţiile pot fi obţinute (deci numărul lor este maximul de 2^n).

Când n este multiplu de 3, pentru orice configuraţie voi nota cu a_i numărul de vârfuri "$-$" cu etichete $\equiv i \pmod 3$. Se vede uşor că orice mutare schimbă paritatea numerelor (a_0, a_1, a_2). Prin urmare, o configuraţie se poate obţine din cea iniţială doar dacă (a_0, a_1, a_2) sunt toate pare sau toate impare. Voi demonstra acum că invers, dacă numerele (a_0, a_1, a_2) asociate unei configuraţii sunt toate pare sau toate impare, atunci configuraţia se poate obţine.

În mod echivalent, voi arăta că toate vârfurile numărate de (a_0, a_1, a_2) pot fi făcute "$-$" printr-o secvenţă de mutări. Dacă (a_0, a_1, a_2) sunt toate pare, putem folosi procedura de mai sus, de schimbare în perechi; dacă (a_0, a_1, a_2) sunt toate impare, putem face orice mutare pentru a le face toate pare, şi apoi proceda ca mai sus. Prin urmare, numărul configuraţiilor care pot fi obţinute este egal cu numărul acelor configuraţii având (a_0, a_1, a_2) toate pare sau toate impare, şi acest număr este evident $2^{n-3} + 2^{n-3} = 2^{n-2}$.

Am obţinut astfel chiar mult mai mult decât ceea ce se cerea. În cazul nostru, la punctul a) avem $n = 2015 \not\equiv 0 \pmod 3$, deci putem obţine orice configuraţie, iar la punctul b) avem $n = 2016 \equiv 0 \pmod 3$, deci nu putem obţine orice configuraţie (iar cele de mai sus ne arată şi câte şi care sunt configuraţiile care pot fi obţinute). □

Pentru conformitate, prezint şi soluţia "avansată" din **RMC 2009**; ea poate fi sărită de către juniori.[6]

[6] There are 2^n possible on/off configurations of the lamps, as well as 2^n subsets of the set of lamps, each of this set $\mathcal{P}$ inducing through switches, from the initial all-off configuration, one from the set $\mathcal{R}$ of possible reachable configurations. The effect of combining two sets $S_1, S_2 \in \mathcal{P}$ is easily seen as being equivalent to applying the set $S_1 \Delta S_2 \in \mathcal{P}$, since a switch acts as a *toggle*.

The surjective mapping $\varphi\colon \mathcal{P} \to \mathcal{R}$ induces on $\mathcal{R}$ a group structure derived from that of $(\mathcal{P}, \Delta)$, such that φ becomes a group homomorphism. The abelian group $\mathcal{R}$ then has all (but the neutral) of its elements of order 2, hence its order is some power $1 \leq k \leq n$ of 2, so $|\mathcal{R}| = 2^k$ and thus $|\ker \varphi| = 2^{n-k}$.

Therefore, when the initial all-off configuration can be reached in only one way (by making no switch at all), it means $\ker \varphi = \{\emptyset\}$, hence all 2^n possible configurations are reachable, while when the initial all-off configuration can be reached in more than one way, then the number of these ways is 2^{n-k}, and 2^k configurations are reachable.

However, the only case when the initial all-off configuration is reachable other than by making no switch at all is when $n = 3m$, with either of the three sets of switches $(xxo)_m$, $(xox)_m$, $(oxx)_m$ (where x indicates a switch of the corresponding lamp, while o indicates no switch). Henceforth, the answer must be 2^n when n is not a multiple of 3, and 2^{n-2} when when n is a multiple of 3.

For those who know advanced methods, let us see how my Theorem of the above applies. The matrix $A + I$ associated to the cycle graph C_n is

$$A + I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

This is a *circulant* matrix (with a rich literature). Its eigenvalues are $\lambda_j = \dfrac{1 + \omega_j + \omega_j^2}{\omega_j}$, for $0 \leq j \leq n-1$ and where $\omega_j = \cos \dfrac{2j\pi}{n} + \mathrm{i} \sin \dfrac{2j\pi}{n}$ are the n-th roots of unity. Now it can be seen that for $3 \nmid n$ all eigenvalues are not-null, so $\operatorname{rank}(A + I) = n$, while for $3 \mid n$ all eigenvalues are not-null, except $\lambda_{n/3} = \lambda_{2n/3} = 0$, so $\operatorname{rank}(A + I) = n - 2$. ■

Remarcă. Specificaţia de poligon regulat este evident inutilă; nici măcar poligon ”convex” nu era nevoie să fi fost specificat.

Cum se compară Testul de Selecţie III cu cel precedent? poate ceva mai dificil? Rezultatele spun povestea – se pare că a fost ceva mai uşor!?! În mod (cu totul) ciudat pentru mine, subiectul cu cel mai mic punctaj a fost Problema 3, Testul II (şi tot pentru mine, acest rezultat este destul de îngrijorător).

3. Încheiere

Rezultatele acestor două Teste de Selecţie (şi lotul restrâns care a rezultat) par să justifice alegerea făcută problemelor. Reiterez – selecţia juniorilor este mai previzibilă şi mai bine gestionată decât cea a seniorilor; acelaşi lucru se poate spune despre perioadele de pregătire. Deşi personal Testele mi s-au părut relativ uşoare (dar ambele mai dificile decât Testul I), efectul a fost cel scontat, şi departajarea dorită s-a realizat în mod satisfăcător. Urez în continuare succes celor rămaşi în cursă pentru echipa de jBMO!

Deşi rezultatele detaliate au fost postate, pentru conformitate acesta este lotul restrâns de 13

Nume	Oraş	Clasa	Total curent
BĂLĂUCĂ Ştefan-Răzvan	Botoşani	9	81, 00
TÎRLIŞAN Ioan Paul Petru	Năsăud	8	77, 50
ILIANT Theodor Mihai	Constanţa	8	73, 90
TIMOFTE Alexandra	Bucureşti	7	69, 00
NICOLAE Ioan Andrei	Bucureşti	8	65, 00
MEMIŞ Edis	Constanţa	7	63, 67
CUTURELA Lenca Iarina	Bucureşti	8	59, 95
IGNAT Andrei-Horia	Slatina	8	54, 65
ROBU Vlad	Baia Mare	7	54, 58
DIMA Clara Maria	Bucureşti	8	52, 71
VLAD Raluca	Timişoara	9	50, 82
DRĂGOI Sabina	Bucureşti	8	49, 65
GHIGHECI Andrei	Bucureşti	8	49, 44