COMENTARII OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 2015
ETAPA NAŢIONALĂ – PRIMELE TESTE DE SELECŢIE

Abstract. Comments on some of the problems presented at the First Selection Tests (Juniors and Seniors) sat after the National Mathematics Olympiad 2015.

Se adresează claselor V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII.
Data: 13 aprilie 2015.
Autor: Dan (le grand malade) Schwarz, Bucureşti.

Tu m'as vidé de tous mes mots,
et j'ai le coeur complètement malade.
Cerné de barricades,
t'entends? je suis malade! [1]

0. Introducere

Aceste comentarii asupra primelor Teste de Selecţie (Juniori şi Seniori) de după Olimpiada Naţională de Matematică 2015 reflectă, ca de obicei, opinia personală a autorului. Ele sunt adăugate la o prezentare selectivă a probelor de concurs.[2]

Voi indica prin culoarea roşie eventualele erori, sau notaţiile abuzive din enunţurile originale, şi prin culoarea verde varianta de preferat (sau care lipsea din enunţ sau soluţie). Voi folosi în mod predilect şi culoarea albastră pentru comentariile de natură personală.

1. Primul Test de Selecţie – Juniori

Subiectul (1)**.** *Fie ABC un triunghi ascuţitunghic cu $AB \neq AC$. Fie M mijlocul laturii $[BC]$, H ortocentrul triunghiului ABC, O_1 mijlocul lui $[AH]$, iar O_2 centrul cercului circumscris triunghiului BCH. Demonstraţi că O_1AMO_2 este paralelogram.*

Soluţie. Configuraţia este arhicunoscută. Punctul H' de intersecţie a dreptei AH cu cercul (de centru O) circumscris triunghiului ABC este simetricul lui H faţă de BC. Prin urmare O_2 este simetricul lui O faţă de M. Dar segmentele AO_1 şi OM sunt congruente şi paralele. □

Subiectul (2)**.** *Determinaţi cel mai mic număr natural n pentru care, în orice fel am colora în roşu n dintre vârfurile unui cub, există un vârf al cubului care are cele trei vârfuri alăturate roşii.*

---

[1] Serge Lama; chanté Lara Fabian `https://www.youtube.com/watch?v=47RruK6ell0`

[2] Lipsesc unele probleme, la care nu am găsit interesul de a fi prezentate. Soluţiile oficiale, rezultatele şi compoziţia loturilor pot fi consultate la `http://onm2015.ssmr.ro/`

Soluţie. Cerinţa din problemă este echivalentă cu faptul că se formează un triunghi echilateral cu vârfurile roşii. Fie $ABCDA'B'C'D'$ vârfurile cubului. Colorând în roşu cele 4 vârfuri ale unei feţe a cubului, fie ele A, B, C, D, nu se formează niciun triunghi echilateral cu vârfurile roşii, aşadar $n \geq 5$.

Acum, alegând oricare 5 dintre vârfurile cubului, există (măcar) o faţă a cubului care conţine (măcar) 3 dintre ele, căci considerând două feţe opuse, acest fapt (pentru una dintre ele) rezultă din principiul cutiei. Pe cazuri

• dacă 4 dintre vârfurile roşii sunt vârfurile unei feţe a cubului, fie ele A, B, C, D, atunci al 5-lea, fie el A', formează triunghiul echilateral $A'BD$ cu vârfurile roşii;

• dacă doar 3 dintre vârfurile roşii sunt vârfuri ale unei feţe a cubului, fie ele A, B, C, iar al 4-lea este B' sau D', se formează triunghiul echilateral $B'AC$, respectiv $D'AC$, cu vârfurile roşii; iar dacă celelalte 2 puncte roşii sunt A' şi C', se formează triunghiul echilateral $BA'C'$ cu vârfurile roşii.

Prin urmare $n \leq 5$, şi demonstraţia este completă, precizând $\boxed{n = 5}$.[3] □

Subiectul (4)**.** *Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale ecuaţia*

$$21^x + 4^y = z^2.$$

Soluţie. Se ajunge uşor la ecuaţia $7^x - 3^x = 2^{y+1}$, unde $x = 0$ nu este soluţie, iar $x = 1$ duce la $y = 1$, deci soluţia $\boxed{(x, y, z) = (1, 1, 5)}$. Pentru $x > 1$

• dacă x ar fi par, ar trebui să avem $2^{y+1} = 7^x - 3^x \equiv 0 \pmod 5$, absurd;
• dacă x ar fi impar atunci, deoarece $3^2 \equiv 1 \pmod{2^3}$ şi $y > 1$, ar trebui să avem $0 \equiv 2^{y+1} = 7^x - 3^x \equiv (-1) - 3 \equiv 4 \pmod 8$, absurd. □

Desigur, un argument care striveşte simultan ambele cazuri este că pentru $x > 1$ numărul $7^x - 3^x$ are (măcar) un factor prim care nu divide niciun număr $7^t - 3^t$, $1 \leq t < x$; în particular, pentru $t = 1$, numărul $7 - 3 = 2^2$. Aceasta este teorema lui Zsigmondy, mult prea tare pentru problema de faţă, dar foarte la modă în problemistica recentă, şi foarte utilă în multe probleme altfel dificile, drept care merită a fi popularizată. Din fericire, comunitatea corectorilor din România şi de aiurea a început să accepte fără crâcneală referirile la această teoremă.

[3] O problemă mai generală, dintr-un Putnam mai vechi, cerea să se arate că dacă se aleg un număr mai mare decât $2^{n+1}/n$ dintre cele 2^n vârfuri ale unui hipercub n-dimensional, atunci printre ele se află vârfurile unui triunghi echilateral. Pentru $n = 3$ avem însă $\lceil 2^{3+1}/3 \rceil = \lceil 16/3 \rceil = 6 > 5$, deci rezultatul este prea slab pentru problema de faţă. Doar drept curiozitate, pentru $n = 4$ avem $2^{4+1}/4 = 8$, şi într-adevăr modelul

$$(0,0,0,0), (0,0,1,1), (0,1,0,0), (0,1,1,1), (1,1,1,1), (1,1,0,0), (1,0,1,1), (1,0,0,0)$$

cu 8 dintre vârfurile hipercubului 4-dimensional $\{0,1\}^4$ nu conţine vârfurile unui triunghi echilateral, deci în acest caz rezultatul de la Putnam este "sharp".

Formularea alternativ echivalentă pentru dimensiune 3 pierde legătura cu problema de la Putnam în dimensiuni mai mari.

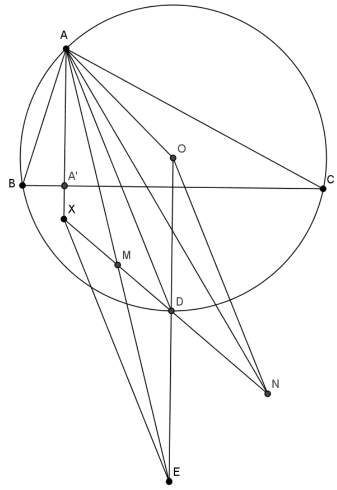
Teoremă (ZSIGMONDY)**.** Fie $p > q \geq 1$ numere naturale coprime, şi fie $N > 1$ natural. Atunci $p^N - q^N$ are cel puţin un factor prim primitiv (un factor prim r al lui $p^N - q^N$ se zice *primitiv* dacă $r \nmid p^K - q^K$ pentru orice K natural, $1 \leq K < N$), cu excepţia cazurilor

- $2^6 - 1^6 = 63 = 3^2 \cdot 7$ (având $2^2 - 1^2 = 3$ şi $2^3 - 1^3 = 7$);
- $N = 2$, $p+q$ o putere a lui 2 (având $p^2 - q^2 = (p+q)(p-q)$ şi $2 \mid p-q$).

2. PRIMUL TEST DE SELECŢIE – SENIORI

Din moment ce şi enunţurile, şi soluţiile oficiale sunt în limba engleză (pregătite pentru **RMC**), am lăsat şi eu enunţurile în această formă.

Subiectul (1)**.** *Let ABC be a triangle, let O be its circumcentre, let A' be the orthogonal projection of A on the line BC, and let X be a point on the open ray AA' emanating from A. The internal bisectrix of the angle BAC meets the circumcircle of ABC again at D. Let M be the midpoint of the segment DX. The line through O and parallel to the line AD meets the line DX at N. Prove that the angles BAM and CAN are equal.*



Soluţie. (L. Ploscaru) Fie E simetricul lui A faţă de M. Cum punctul M este simultan mijlocul segmentelor AE şi XD, deducem că patrulaterul $ADEX$ este paralelogram. Să mai observăm că $OD \perp BC$ şi $AX \perp BC$, aşadar $AX \parallel OD$, iar mai departe reiese că punctele O, D, E sunt coliniare. Dreptele XE şi ON fiind paralele, rezultă că $\dfrac{OD}{DE} = \dfrac{ON}{XE}$. Dar $OD = OA$ şi $XE = AD$, prin urmare $\dfrac{OA}{DE} = \dfrac{ON}{AD}$.

De asemenea, $\angle AON = \angle EDA = 180^\circ - \angle DAO$, iar astfel obţinem $\triangle AON \sim \triangle EDA$, de unde $\angle DAE = \angle ANO = \angle DAN$. Acest lucru nu înseamnă decât că AM şi AN sunt izogonale în $\triangle ABC$, şi cu aceasta demonstraţia s-a sfârşit. $\square$

Subiectul (2)**.** *Let ABC be a triangle, and let r denote its inradius. Let R_A denote the radius of the circle internally tangent at A to the circle ABC and tangent to the line BC; the radii R_B and R_C are defined similarly. Show that*

$$\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_C}\leq\frac{2}{r}.$$

Soluţie. (L. Ploscaru) Începem prin următoarea

LEMĂ. Fie $\triangle ABC$ înscris într-un cerc de rază R, D un punct pe latura (BC), iar $\{A,E\}=AD\cap\odot(ABC)$. Atunci $\dfrac{AE}{AD\cdot R}\leq\dfrac{BC}{[\triangle ABC]}$.

Demonstraţie. Inegalitatea se poate rescrie $\dfrac{AE}{2R}\leq\dfrac{AD\cdot BC}{2[\triangle ABC]}=\dfrac{AD}{h_a}$. Însă AE fiind coardă în cerc, e clar că $AE\leq 2R$, iar $AD\geq h_a$, înălţimea fiind cel mai scurt segment ce uneşte un punct cu o dreaptă. Or, acum inegalitatea este evidentă, egalitate obţinându-se când triunghiul este isocel în A, iar D este mijlocul lui BC. ■

Înapoi la problema noastră, notăm cu D_A, D_B şi D_C punctele de tangenţă la BC, CA, respectiv AB, a celor trei cercuri, iar cu E_A, E_B şi E_C punctele de intersecţie a razelor $(AD_A$, $(BD_B$, respectiv $(CD_C$, cu cercul $\odot(ABC)$. Din cele trei omotetii, $\dfrac{1}{R_A}=\dfrac{AE_A}{AD_A\cdot R}$, $\dfrac{1}{R_B}=\dfrac{BE_B}{BD_B\cdot R}$, $\dfrac{1}{R_C}=\dfrac{CE_C}{CD_C\cdot R}$. Folosind lema obţinem

$$\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_C}\leq\frac{BC+CA+AB}{[\triangle ABC]}\leq\frac{2}{r}.$$

Observaţie. O consecinţă trivială a omotetiei o reprezintă faptul că $(AD_A$, $(BD_B$, $(CD_C$ vor fi bisectoarele triunghiului ABC. □

Soluţie Alternativă. (Cea mai simplă, dată în concurs!) Fie A' punctul de tangenţă a cercului de rază R_A cu BC, şi fie h_a lungimea înălţimii din A. Atunci evident $2R_A\geq AA'\geq h_a$, şi similare pentru B şi C. Prin urmare

$$\frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_B}+\frac{1}{R_C}\leq\frac{2}{h_a}+\frac{2}{h_b}+\frac{2}{h_c}=\frac{a+b+c}{[\triangle ABC]}=\frac{2p}{pr}=\frac{2}{r},$$

unde $[\triangle ABC]$ este aria triunghiului ABC iar p este semiperimetrul său (face de ruşine complicatele soluţii oficiale). Egalitate se obţine evident dacă şi numai dacă $\triangle ABC$ este echilateral. □

Subiectul (3)**.** *A* ***Pythagorean triple*** *is a solution of the equation*

$$x^2+y^2=z^2$$

in positive integers such that $x<y$. Given any non-negative integer n, show that some positive integer appears in precisely n distinct Pythagorean triples.

Soluţie. O problemuţă drăguţă, dar cam uşoară pentru plasarea pe poziţia a treia. Este natural să fie căutat acel număr ca fiind puterea unui prim. Îmi place mai ales soluţia oficială III, unde se ia numărul ca fiind p^n, unde $p \equiv 3 \pmod 4$ este prim. Nu putem avea $z = p^n$, din motive evidente, deci fie $x = p^n$. Atunci $(z-y)(z+y) = z^2 - y^2 = x^2 = p^{2n}$ duce la $z - y = p^k$ şi $z + y = p^{2n-k}$ pentru un oarecare $0 \le k \le n-1$, cu soluţiile $(y_k, z_k) = (p^k(p^{2n-2k}-1)/2, p^k(p^{2n-2k}+1)/2)$ distincte, în număr de exact n (cu exact una primitivă). Cum avem atunci $x = p^n < y_k$ pentru orice k, se vede că am făcut alegerea bună, şi nu puteam lua $y = p^n$. □

Pentru cel puţin un concurent s-a creat confuzia cu tripletele pitagoreice **primitive**; desigur, nu este vina enunţului, care nu specifică nicăieri acest lucru. Oare proprietatea se păstrează, numărând **doar** tripletele primitive ca cele n distincte cerute?

Subiectul (5)**.** *Given an integer $N \ge 4$, determine the largest value the sum*

$$s = \sum_{i=1}^{\lfloor k/2 \rfloor + 1} (\lfloor n_i/2 \rfloor + 1)$$

may achieve, where $k, n_1, n_2, \ldots, n_k$ run through the positive integers, subject to $k \ge 3$, $n_1 \ge n_2 \ge \cdots \ge n_k \ge 1$, and $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = N$.

Soluţie. Problema sucumbă imediat metodei generale cunoscută sub numele "smoothing". Ideea este de a ne descotorosi de valori mai mari ca 2 pentru sumanzii n_i, $1 \le i \le k$, fără ca valoarea s a sumei să scadă. Pentru aceasta, facem operaţii de tipul $(n_i) \mapsto (n_i - 2, 1, 1)$ pentru orice $n_i > 2$; aceasta lungeşte numărul sumanzilor la $k \mapsto k' = k + 2$, iar după ce vom face o reordonare descrescătoare, $s \mapsto s'$ nu scade, căci acum s' conţine un termen suplimentar, până când nu mai există sumanzi mai mari ca 2, deci până ce ajungem la o configuraţie unde $n_i \in \{1, 2\}$ pentru orice $1 \le i \le k$.

Suma maximă se găseşte deci printre cele asociate acestor configuraţii. Fie una, conţinând d sumanzi egali cu 2, pentru un oarecare $0 \le d \le \lfloor N/2 \rfloor$. Atunci numărul sumanzilor egali cu 1 este $N - 2d$, iar numărul tuturor sumanzilor este $k = d + (N - 2d) = N - d$. Numărul termenilor din suma s este $t = \lfloor (N-d)/2 \rfloor + 1$. Dacă $d \ge t$, atunci $s = 2t \le d + t = 2d + (t - d)$, care este valoarea pentru $d \le t$. Valoarea lui s este atunci în mod evident[4] maximizată pentru $d = \lfloor (N+2)/3 \rfloor$, când va lua valoarea $\lfloor (2N+4)/3 \rfloor$.

Alţi algoritmi, echivalenţi unul cu altul în cele din urmă, pot transforma configuraţia într-una finală cu suma s cel puţin la fel de mare, dar fenomenul este cel mai bine capturat de consideraţiile de mai sus. □

[4] Glumesc! dar este totuşi un simplu exerciţiu de aritmetică elementară pentru a ajunge la acest rezultat. Pentru a maximiza $s(d) = d + t = d + \lfloor (N-d)/2 \rfloor + 1$ sub condiţia $0 \le d \le \min\{t = \lfloor (N-d)/2 \rfloor + 1, \lfloor N/2 \rfloor\}$, observăm că funcţia $s(d)$ este crescătoare; în absenţa funcţiilor parte întreagă aceasta duce la $d = (N-d)/2 + 1$, adică $d = (N+2)/3$, care $d = \lfloor (N+2)/3 \rfloor$ într-adevăr verifică toate cerinţele, şi duce la $\max s = \lfloor (2N+4)/3 \rfloor$.

Cu toată nostalgia unor relaţii revolute, tonalitatea mea nu poate fi decât acrimonioasă. O banalitate mai mare decât cea care se ascunde sub masca acestei probleme este greu de imaginat. Ideea de bază se lasă ghicită aproape instantaneu, iar verificările lungi şi meticuloase pe care alţi algoritmi le pot cere (ceea ce se vede cu precădere în soluţia oficială) se dovedesc doar plicticoase. Majoritatea celor care nu au rezolvat problema au căzut victimă sindromului ”ultima problemă”; speriaţi de dificultatea îndeobşte asociată cu aceasta (sau nu au avut timp să ajungă să o considere).

3. ÎNCHEIERE

Un test de selecţie Juniori poate simpluţ, dar bine balansat, care cred eu că şi-a îndeplinit funcţia. Testul de Seniori însă, cu două geometrii şi două probleme de teoria numerelor, ”culminând” cu o combinatorică de toată jalea (la care am şi păreri străine care susţin acelaşi lucru – că nu trebuia dată, nu doar pe poziţia ultimă, ci deloc), a fost complet debalansat, relativ uşor, şi îngrijorător pentru calitatea testelor care vor urma. Je suis complètement malade, parfaitement malade.

Dintre cele scrise pe HotNews, referitor la Olimpiada Naţională, selectez o analiză a d-lui Daniel Grigorescu, Inspector general de Matematică în Ministerul Educaţiei.

> • **Contestaţiile reprezintă o problemă destul de des discutată. Însă avem două regulamente clare** după care se organizează concursurile şcolare. Este o metodologie-cadru care reglementează organizarea tuturor olimpiadelor şcolare. Ori în această metodologie-cadru este un articol care spune: elevul are dreptul să îşi vizioneze lucrarea şi după care, dacă nu e mulţumit de rezultat, are dreptul să facă contestaţie, contestaţie care va fi rezolvată de alţi evaluatori decât cei care au corectat iniţial lucrarea. Deci asta este litera regulamentului şi nu lasă loc la niciun fel de negociere. Iar regulamentul acesta nu e de ieri – de azi, este din 2011. Deci nu e ceva nou, să spunem că a apărut ceva peste o zi.

Regulamentul acesta nu vine de pe tablele lui Moshe Rabeinu, ci de pe cele ale d-lui Funeriu. O prostie, încorporată într-un regulament, rămâne o prostie. Aceste prevederi au fost concoctate dintr-o greşită şi meschină viziune, care apoi este invocată drept lege supremă; să mai aduc aminte de *fiasco*-ul de anul trecut cu Ömer? Dl. Grigorescu se dovedeşte un acerb şi cerberic *şomer* (în accepţiunea din limba ebraică a termenului).

> • **A fost cândva o cutumă în care, într-adevăr, el avea posiblitatea cu ani în urmă să stea de vorbă cu profesorul corector, dar de la apariţia acestui regulament, această cutumă s-a epuizat. Şi pe undeva este şi firesc: în momentul în care vorbim de teze**

> **secretizate, în momentul în care profesorul discută cu teza deschisă, ce obiectivitate mai poate fi în rezolvarea respectivă?**
> • Şi atunci se aplică strict regulamentul: el îşi vede lucrarea, se convinge dacă a greşit sau dacă are bine, după lucrarea se resigilează şi este corectată de o altă echipă de corectori.

Obiectivitatea vine din moralitate şi din corectitudine, nu din absenţa informaţiei, produsă prin secretizare. Ceea ce se produce în felul în care se procedează acuma, este că elevul nu mai are niciun *feed-back*, nu înţelege unde şi dacă într-adevăr a greşit, cu rezultatul că pe lângă frustrare se instalează şi luarea în derâdere a acestei proceduri derizorii.

Pierderea vertiginoasă a respectului copiilor, faţă de comisiile de selecţie a problemelor şi cele de corectare şi rezolvare de contestaţii, este tragică, iar respectul nu **se acordă**, bazat pe statutul social, ci **se câştigă**.

> • Din punctul meu de vedere, **se pune mult prea mare presiune pe aceşti copii de clasa a V-a, a VI-a, de către concurs în sine. Olimpiada de matematică, la duritatea şi nivelul ei ştiinţific la care este la ora actuală, ar fi preferabil să înceapă de la clasa a VII-a.** De ce? Copiii deja sunt obişnuiţi în gimnaziu cu note, cu profesori, cu exigenţe diferite. Au început încet să crească şi ca vârstă, în plus am şi finalitate, fiindcă la olimpiadă clasele a VII-a - XII-a, olimpiada naţională se termină cu constituirea loturilor de juniori, de seniori cu care mă duc mai departe la olimpiadele internaţionale.

Părerile d-lui Grigorescu despre vârsta optimă de începere a competiţiilor sunt irelevante şi ar fi fost mai bine să fi fost păstrate în privat. Din câte ştiu, d-sa nu este un specialist nici în sociologie, nici în psihologie (şi dacă), iar aceste lucruri sunt mai bine lăsate în grija unui panel de profesionişti. Iar folosirea persoanei I (am, mă duc) este hazlie.

Printre multele comentarii negative primite de la cititori (mai mult sau mai puţin justificate), sunt măcar un cuplu care fac o groază de sens.

> Cum este posibil ca într-o contestaţie, o lucrare care a fost evaluată de doi profesori cu experienţă să obţină de la 1 punct chiar 7 puncte, adică MAXIM? Adică doi profesori nu au înţeles rezolvarea unui copil de 12/13 ani? Este clar că vorbim de altceva – în niciun caz de neînţelegere! ba poate da. Ministerul Educaţiei sau Corpul de Control (care ?) s-au AUTOSESIZAT când au vazut DEZASTRUL de la etapa pe municipiu?

> Oricum, criticile legate de organizare sunt în mare parte întemeiate. Ce nu înţeleg este de ce Ministerul şi Societatea de Matematică au apelat la ajutorul LUMINA (care uneori îşi bate joc chiar şi de proprii elevi), atâta timp cât menţin o poziţie fermă împotriva ICHB-ului. Ce există, în schimb, este neglijenţa şi, din păcate, uneori incompetenţa unora.

Acest ultim comentariu, ca răspuns la unele anterioare ale d-lui Radu Gologan, Preşedintele Comisiei.

> Stimate domn, Ministerul pune la dispoziţie cam 50 lei pe zi de copil. Restul încercăm noi, Inspectoratul, să obţinem de la sponsori. Unii îşi bat joc, cum au fost cei de la ICHB.
>
> ....
>
> Aveţi perfectă dreptate. Dar e extrem de greu de luptat cu acea instituţie cu enorm sprijin intern şi internaţional. În afară de ce spuneţi, provoacă un vid de excelenţă în provincie. Observaţi că Bucureştiul a avut vreo 120 de locuri, şi cel mai mare judeţ abia vreo 20. De ce? Câţi dintre copiii număraţi la Bucureşti au făcut şcoala primară sau gimnazială aici?

Radu Gologan face o regretabilă confuzie între ICHB şi grupul LUMINA. Iar referinţa la numărul de locuri este chiar absurdă – Bucureştiul este în general asimilat cu 6 judeţe, pentru cele 6 sectoare ale sale, şi $120 = 6 \cdot 20$. În **orice** alt domeniu, fie el cultural, ştiinţific, financiar, economic, sportiv, etc. disproporţia este la fel de mare. Şi este normal să fie aşa; Londra ar fi, prin ea însăşi, a opta (sau cam pe-acolo) putere în Comunitatea Europeană.

Iar chestiunea cu judeţul de origine a fost şi ea răs-comentată de mine. Câţi dintre bucureşteni s-au născut aici? Câţi dintre studenţii de la MIT sau Harvard şi-au făcut studiile în zona Boston-ului? sau măcar în SUA? şi cu toate astea sunt listaţi ca atare în rezultatele de la Putnam. Câţi dintre noi/voi provin genealogic de pe continentul european? n-au venit toţi din Africa? (cel puţin *homo sapiens* – dar chiar şi *homo habilis*!).

Un alt scurt comentariu al d-lui Radu Gologan, Preşedintele Comisiei, se dovedeşte cam inadecvat, un fel de *understatement*.

> Eu cred că, la unele clase, subiectele de anul acesta sunt puţin mai grele decât au fost anul trecut. Am încercat să combinăm tehnica matematică şi cunoştinţele matematice cu cele de numărare, deci cu privire combinatorică şi de imaginaţie. Să vedem acum care sunt rezultatele.

"Puţin", da, este un *understatement*, la cel puţin patru dintre clase. Iar diferenţierea între tehnica matematică şi combinatorică mă lasă perplex, ca şi asimilarea acesteia cu numărarea; au fost, cu totul, doar vreo trei probleme de combinatorică veritabilă, căci "Ana are 3 mere ..." e doar numărare ...

Dacă percepţia combinatoricii – la acest nivel chiar – este de această manieră, *je retire mes billes.*