

Problemă. Suma a a 20 de numere naturale nenule, diferite este egală cu 410. Arătați că cel puțin două numere sunt impare.

* * *

Soluție Presupunem că toate cele 20 de numere sunt pare.

Alegem cele mai mici 20 de numere pare și le adunăm.

$$2 + 4 + 6 + \dots + 38 + 40 = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20) = 420$$

Dar suma celor 20 de numere trebuie să fie 410, adică cu 10 mai mică.

Înseamnă că trebuie să scădem 10 unități dintr-o parte din cele 20 de numere.

Dacă, dintr-un număr, scădem un număr par de unități, atunci obținem tot un număr par, dar mai mic. Rezultă că o parte dintre numere vor fi egale, ceea ce nu este posibil conform enunțului (numerele sunt diferite)

Deducem că cele 10 unități, pe care trebuie să le scădem, se vor separa în cel puțin două grupe care să conțină un număr impar de unități.

În acest fel, cel puțin două dintre numere devin impare.