Problema 4
Etapa 2
Clasa a V-a

Problema 4. Determinați numerele naturale a și b pentru care

$$2^a + 2^b + 2^3 \cdot 5^b = 5017$$

.

* * *

Soluţie: Dacă a și b sunt ambele diferite de zero, atunci membrul stâng al egalității din enunț este un număr par, iar membrul drept este impar.

Deducem că a sau b trebuie să fie zero.

Pentru $a = 0$ egalitatea din enunț devine $2^b + 2^3 \cdot 5^b = 5016$.

Dacă $b < 3$ nu avem soluție.

Pentru $b \geq 3$ putem scrie $2^3 \cdot (2^{b-3} + 5^b) = 5016$ sau $2^{b-3} + 5^b = 627$.

Dacă $b \geq 5$ avem $5^b \geq 3125$, deci $b = 3$ sau $b = 4$.

Prin calcul deducem că $b = 4$ verifică relația.

Pentru $b = 0$ egalitatea din enunț devine $2^a = 5008$.

Deoarece $2^{12} = 4096$ și $2^{13} = 8192$ deducem că, în acest caz, nu avem soluție.