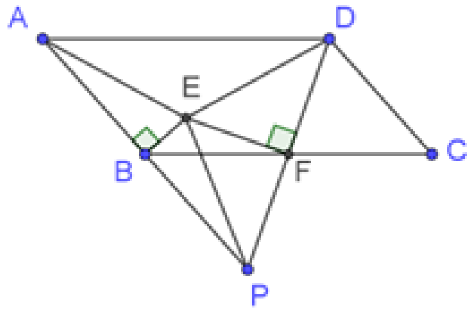
| |
|---|
| Problema 4<br>Etapa 2<br>Clasa a VII-a |

**Problema 4.** În interiorul paralelogramului $ABCD$ se consideră un punct $E$ astfel încat $[AE] = [DE]$ şi $BE \perp AB$. Dacă $F$ este mijlocul laturii $BC$ aflaţi măsura unghiului $DFE$.

*Baraj Moldova*

Soluţie 1. Adrian Bud

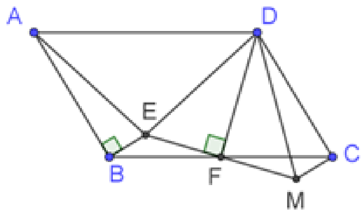



Notăm cu $P$ intersecţia dintre $AB$ şi $DF$.

Deoarece $BF || AD$ şi $BF = \dfrac{AD}{2}$ rezultă că $BF$ este linie mijlocie în triunghiul $PAD$ astfel că $B$ este mijlocul lui $AP$.

Deoarece $EB$ este mediană şi înălţime rezultă că triunghiul $EAP$ este isoscel cu $EA = EP$ , astfel că $ED = EP$, adică triunghiul $EDP$ este isoscel. În acest triunghi $EF$ este mediana din vârf deci este şi înălţime, iar $\sphericalangle DFE = 90°$.

Soluţie 2. Adrian Bud




Considerăm punctul $M$ simetricul lui $E$ faţă de $F$. Din congruenţa triunghiurilor $FEB$ şi $FMC$ $(L.U.L.)$ rezultă $BE$ şi $\sphericalangle FCM = \sphericalangle FBE$.

$\sphericalangle EBF = \sphericalangle ABC - \sphericalangle ABE = \sphericalangle ABC - 90° = 180° - \sphericalangle DCB - 90° = 90° - \sphericalangle DCB = \sphericalangle FCB$. Astfel $\sphericalangle DCM = \sphericalangle DCB + \sphericalangle FCM = \sphericalangle DCB + 90° - \sphericalangle DCB = 90°$.

Triunghiurile $ABE$ şi $DCM$ sunt congruente $(C.C.)$ de unde rezultă $AE = DM$. Deoarece $AE = DE$ astfel că $DM = DE$. Atunci triunghiul $DEM$ este isoscel iar mediana $DF$ este şi înălţime, adică $\sphericalangle DFE = 90°$.