

Problema 2. Determinați numerele naturale n pentru care numerele $n - 6$, $n + 2$, $2n - 1$ și $2n + 1$ sunt simultan numere prime.

* * *

Soluție: Pentru $n = 9$ numerele sunt: 3, 11, 17 și 19, deci toate sunt numere prime.

Vom arăta că nu avem alte valori pentru n .

Orice număr natural are una dintre următoarele forme: $9k$, $9k + 1$, $9k + 2$, $9k + 3$, $9k + 4$, $9k + 5$, $9k + 6$, $9k + 7$ sau $9k + 8$, unde k este un număr natural.

Dacă $n = 9k$, atunci $n - 6 = 9k - 6$ care se divide cu 3.

Dacă $n = 9k + 1$, atunci $2n + 1 = 18k + 3$ care se divide cu 3.

Dacă $n = 9k + 2$, atunci $2n - 1 = 18k + 3$ care se divide cu 3.

Dacă $n = 9k + 3$, atunci $n - 6 = 9k - 3$ care se divide cu 3.

Dacă $n = 9k + 4$, atunci $2n + 1 = 18k + 9$ care se divide cu 9.

Dacă $n = 9k + 5$, atunci $2n - 1 = 18k + 9$ care se divide cu 9.

Dacă $n = 9k + 6$, atunci $n - 6 = 9k$ care se divide cu 9.

Dacă $n = 9k + 7$, atunci $n + 2 = 9k + 9$ care se divide cu 9.

Dacă $n = 9k + 8$, atunci $2n - 1 = 18k + 15$ care se divide cu 3.