Problema 4
Etapa 6
Clasa a V-a

Problema 4. Se consideră numerele naturale a, b și c astfel încât $20b - 7a = 15c$. Arătați că numărul $a \cdot (b + c)$ se divide cu 35.

* * *

Soluție: Deoarece $35 = 5 \cdot 7$ și 5 și 7 sunt prime între ele, un număr se divide cu 35 dacă se divide cu 5 și cu 7.

În egalitatea $20b - 7a = 15c$ adunăm în ambii membrii $15b$ și obținem $35b - 7a = 15c + 15b$ sau $7(5b - a) = 15(b + c)$.

De aici deducem că $7 \mid 15(b + c)$ și cum $7 \nmid 15$ rezultă $7 \mid b + c$.

Egalitatea $20b - 7a = 15c$ o mai putem scrie $20b - 15c = 7a$ sau $5(4b - 3c) = 7a$.

De aici deducem că $5 \mid 7a$ și cum $5 \nmid 7$ rezultă $5 \mid a$.

Din $7 \mid b+c$ avem $7 \mid a \cdot (b+c)$ (*), iar din $5 \mid a$ avem $5 \mid a \cdot (b+c)$ (**).

Din (*) și (**) rezultă $35 \mid a \cdot (b + c)$.