

SOLUȚIE

Problema 1. Se consideră numerele naturale nenule a și b . Dacă $A = 3a + 4b$ și $B = 2a + 3b$, arătați că mulțimea divizorilor comuni ai numerelor a și b este egală cu mulțimea divizorilor comuni ai numerelor A și B .

Vasile Scurtu, Bistrița

Soluție. Vom folosi faptul că $(x, y) = (x - y, y)$ unde am notat cu (x, y) cel mai mare divizor comun între x și y . Evident că dacă $(A, B) = (a, b)$, atunci mulțimea divizorilor comuni ai numerelor a și b este egală cu mulțimea divizorilor comuni ai numerelor A și B . Avem $(A, B) = (3a + 4b, 2a + 3b) = (a + b, 2a + 3b) = (a + b, a + 2b) = (a + b, b) = (a, b)$.