

Problema 1. Suma a 10 numere naturale impare diferite este 156. Arătați că cel puțin unul dintre numere este egal cu unu sau nu este număr prim.

* * *

Soluție. Presupunem că toate numerele sunt prime.
Suma celor mai mici 10 numere prime impare este

$$3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 + 31 = 158,$$

deci mai mare cu 2 decât suma din enunț.

Dacă scădem 2 din 3 obținem 1.

Dacă scădem 2 din 5, 7, 13, 19 sau 31 obținem două numere egale, ceea ce nu este posibil pentru că numerele sunt diferite.

Dacă scădem 2 din 11, 17, 23 sau 29 obținem numere compuse.

Dacă scădem câte 1 din două dintre numere obținem numere pare, ceea ce nu este posibil pentru că numerele sunt impare.

În concluzie, fie avem un număr egal cu 1, fie cel puțin unul dintre numere nu este prim.