

Problema 1. Suma a 10 numere naturale nenule diferite este 108. Arătați că cel puțin două dintre numere sunt impare.

* * *

Soluție: Presupunem că toate numerele sunt pare. Adunăm cele mai mici zece numere pare și avem:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 20 = 110.$$

Dar suma trebuie să fie 108, adică mai mică cu 2.

Dacă scădem 2 din oricare număr mai mare decât 4 obținem două numere egale. Imposibil.

Dacă din 2 scădem 2 obținem 0. Imposibil.

Prin urmare suma conține și numere impare. Sunt cel puțin două pentru că va trebui să scădem cel puțin din 2 numere câte 1.