Problema 4. Determinaţi numerele naturale nenule x, y şi z pentru care $x + y + z = x \cdot y \cdot z$.

$* * *$

Soluţie: Să presupunem că $x \leq y \leq z$.

Din $x \leq z$, $y \leq z$ şi $z \leq z$, prin adunare, obţinem $x + y + z \leq 3z$.

Cum $x + y + z = x \cdot y \cdot z$ rezultă că $x \cdot y \cdot z \leq 3z$ sau $x \cdot y \leq 3$.

Dacă $x \cdot y = 1$, atunci $x = y = 1$ şi relaţia dată devine $2 + z = z$, ceea ce este imposibil.

Dacă $x \cdot y = 2$, atunci $x = 1$ şi $y = 2$, iar relaţia din enunţ devine $3 + z = 2z$, de unde $z = 3$.

Dacă $x \cdot y = 3$, atunci $x = 1$ şi $y = 3$, iar relaţia din enunţ devine $4 + z = 3z$, de unde $z = 2$, care nu convine în condiţiile impuse; $x \leq y \leq z$.

Avem deci soluţia $x = 1, y = 2$ şi $z = 3$.

La o altă alegere a ordinii numerelor x, y şi z vom găsi aceleaşi numere 1, 2 şi 3, dar reprezentând alte litere.