

Problema 3. Determinați numărul \overline{abac} știind că

$$\overline{abac} = 1800 + \overline{aba} + \overline{ab} + a.$$

* * *

Soluție: Folosind scrierea zecimală avem

$$1010 \times a + 100 \times b + c = 1800 + 112 \times a + 11 \times b$$

sau

$$898 \times a + 89 \times b + c = 1800. \quad (*)$$

Dacă $a \geq 3$, atunci $898 \times a \geq 2694 > 1800$. Prin urmare $a \leq 2$.

Dacă $a = 2$ relația (*) devine

$$1796 + 89 \times b + c = 1800$$

sau

$$89 \times b + c = 4.$$

De aici, avem $b = 0$ și $c = 4$.

Dacă $a = 1$ relația (*) devine

$$898 + 89 \times b + c = 1800$$

sau

$$89 \times b + c = 902.$$

Dacă $b = c = 9$, atunci $89 \times 9 + 9 = 810 < 902$. Prin urmare, nu există cifre b și c pentru care $89 \times b + c = 902$.

În concluzie, numărul căutat este 2024.