

Problema 4. Pentru $a, b \in \mathbf{R}$ se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin relația de recurență:

$$x_0 = 0, x_1 = 1, \text{ și } x_{n+1} = ax_n + bx_{n-1},$$

pentru orice n natural nenul.

Să se arate că există o infinitate de perechi $(a, b) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ pentru care au loc relațiile:

$$P(n): x_1 + x_3 + \dots + x_{2n-1} = x_n^2, \forall n \geq 2 \quad (1)$$

$$Q(n): x_2 + x_4 + \dots + x_{2n} = x_n \cdot x_{n+1}, \forall n \geq 2. \quad (2)$$