SOLUȚIE

Problema 3. Determinaţi numerele naturale n pentru care numerele $n, 2n+5$ şi $2n^2+1$ sunt simultan numere prime.

* * *

Soluţie: Observăm că pentru $n = 3$ obţinem numerele 3, 11 şi 19 care sunt numere prime. Dacă $n \geq 3$ atunci $n = 3p+1$ sau $n = 3p+2$, cu $p \geq 1$ număr natural. Pentru $n = 3p$, cu $p > 1$ număr natural, numărul n nu e prim.

Dacă $n = 3p+1$, atunci $2n^2+1 = 2(3p+1)+1 = 2(\mathcal{M}3+1)+1 = \mathcal{M}3+2+1 = \mathcal{M}3$, deci nu este număr prim.

Dacă $n = 3p+2$, atunci $2n+5 = 2(3p+2)+5 = 6p+9 = \mathcal{M}3$, deci nu este număr prim.

În conluzie, $n = 3$.