

SOLUȚIE

Problema 3. Fie n un număr natural ale cărui cifre aparțin mulțimii $\{0, 3, 5, 7\}$. Știind că fiecare cifră se regăsește de exact 2022 ori în scrierea lui n , arătați că n nu este pătrat perfect.

Bogdan Georgescu, București

Soluție. Ultima cifră a unui pătrat perfect nu poate fi 3 sau 7, prin urmare numerele care au ultima cifră 3 sau 7 nu pot fi pătrate perfecte. Dacă un pătrat perfect are cifra unităților 5, atunci cifra zecilor este 2. Cum printre cifrele date nu se află cifra 2 deducem că numerele care au cifra unităților 5 nu pot fi pătrate perfecte. Un pătrat perfect care are cifra unităților 0 trebuie să se scrie $A = \overline{a_1 a_2 \dots a_p \underbrace{00 \dots 0}_{2n \text{ ori}}}$ cu $a_p \neq 0$. Atunci $A = \overline{a_1 a_2 \dots a_p} \cdot 10^{2n}$. Pentru ca A să fie pătrat perfect trebuie ca $B = \overline{a_1 a_2 \dots a_p}$ să fie pătrat perfect. Pentru B , din cele de mai sus, deducem că nu este pătrat perfect. În concluzie A nu este pătrat perfect.