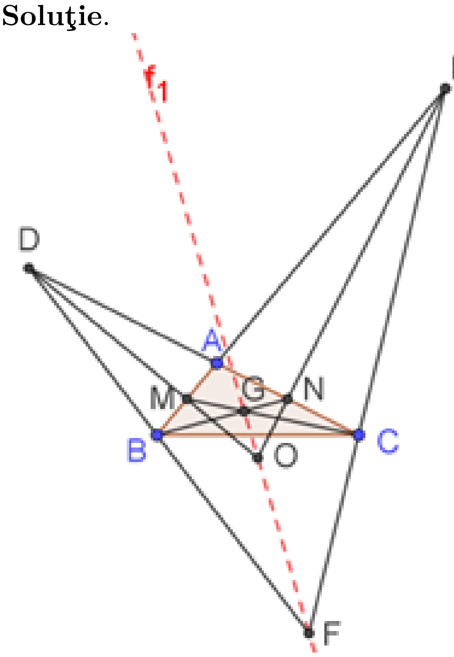
Problema 3
Etapa 7
Clasa a VII-a

Problema 3. Fie triunghiul ABC, $m(\sphericalangle A) > 90°$.

Pe laturile AB respectiv AC construim triunghiurile isoscele DAB şi EAC, de bază AB şi AC astfel încât $BE \cap CD = \{A\}$. Dacă $DB \cap EC = \{F\}$, arătaţi că punctele F, O şi H sunt coliniare, unde O şi H reprezintă centrul cercului circumscris, respectiv ortocentrul triunghiului ABC.

Gabriel Tica, Craiova

Soluţie.



Fie M mijlocul lui $[AB]$, iar N mijlocul lui $[AC]$. Atunci DM este mediatoarea lui $[AB]$, iar EN este mediatoarea lui $[AC]$.

Atunci $EN \cap DM = \{O\}$. Aplicăm teorema lui Pappus pentru tripletele de puncte coliniare D, N, C respectiv E, M, B. Deoarece $EN \cap DM = \{O\}$, $EC \cap DB = \{F\}$, iar $BN \cap CM = \{G\}$, rezultă că punctele O, F şi G sunt coliniare.

Deoarece $H \in OG$ (dreapta lui Euler), rezultă că punctele F, O şi H sunt coliniare.