

Problema 1. Suma a cinci numere naturale diferite este 18. Arătați că produsul lor se divide cu 6.

* * *

Soluție Dacă unul dintre numere este 0, atunci produsul este 0 și $6 \mid 0$. Presupunem că toate numerele sunt nenule.

Cum $6 = 2 \cdot 3$ trebuie arătat că cel puțin unul dintre numere se divide cu 2 și cel puțin unul dintre numere se divide cu 3

Dacă niciunul dintre numere nu se divide cu 2, atunci suma minimă este

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 > 18.$$

Deci unul dintre numere se divide cu 2.

Dacă niciunul dintre numere nu se divide cu 3, atunci suma minimă este

$$1 + 2 + 4 + 5 + 7 = 19 > 18.$$

Deci unul dintre numere se divide cu 3.

Un posibil exemplu este $1 + 2 + 3 + 5 + 7 = 18$ și $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$, care se divide cu 6.