

SOLUȚIE

Problema 1.

Dacă P este un punct pe cercul circumscris triunghiului ABC și H este ortocentrul acestuia, arătați că mijlocul segmentului HP se află pe cercul lui Euler al triunghiului.

Soluție:

Dacă O este centrul cercului circumscris și O_9 este centrul cercului lui Euler, s-a demonstrat în materialul de pregătire că O_9 este mijlocul segmentului OH . De asemenea, dacă D este mijlocul segmentului AH , atunci O_9D este linie mijlocie în triunghiul OAH , deci $O_9D = \frac{OA}{2}$, prin urmare raza cercului lui Euler este $\frac{R}{2}$, unde R este raza cercului circumscris.

Dacă M este mijlocul segmentului HP , atunci O_9M este linie mijlocie în triunghiul OPH , deci $O_9M = \frac{OP}{2} = \frac{R}{2}$, prin urmare M se află pe cercul lui Euler.