

**Problema 1.** Demonstrați că, pentru orice număr natural  $n$ , mulțimea

$$A_n = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{n}{11} < \frac{x}{15} < \frac{n+1}{11} \right\}$$

are cel mult două elemente.

*Mircea Fianu, Olimpiada locală București, 1997*

**Soluție:**

Dacă  $x \in A_n$ , din  $15n < 11x < 15(n+1)$  rezultă că

$$11x \in \{15n+1, 15n+2, \dots, 15n+14\}.$$

Dar printre aceste 14 numere naturale consecutive există cel mult două divizibile cu 11 (în caz contrar diferența dintre cel mai mare și cel mai mic dintre acestea ar fi cel puțin 22). Așadar  $A_n$  are cel mult două elemente.