P3. Arătaţi că pentru orice $m, n \in \mathbb{N}^*$ are loc inegalitatea

$$\left(1+\frac{1}{m}\right)^{m+\frac{1}{2}} > \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}.$$

S. Şirurile $(x_n)_{n\geq 1}$ şi $(y_n)_{n\geq 1}$ definite prin $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, respectiv $y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+\frac{1}{2}}$ verifică proprietăţile:
a) $x_n < y_n$, $(\forall) n \geq 1$.
b) $(x_n)_{n\geq 1}$ este strict crescător.
c) $(y_n)_{n\geq 1}$ este strict descrescător.
Pentru orice $m, n \in \mathbb{N}^*$ avem atunci:
i) dacă $m = n$, atunci $y_m = y_n > x_n$,
ii) dacă $m < n$, atunci $y_m > y_n > x_n$,
iii) dacă $m > n$, atunci $y_m > x_m > x_n$.
Inegalitatea din enunţ este deci demonstrată.