

**Etapa 4, Problema 3**

Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația

$$x^2 + 6x + 4 = 4\sqrt{x+5}.$$

\*\*\*

**Soluție.**

Pentru a avea sens radicalul, se impune condiția  $x \geq -5$ . Radicalul fiind nenegativ, avem că  $x^2 + 6x + 4 \geq 0$ , prin urmare  $x \in [-3 + \sqrt{5}, \infty)$ .

Cu substituția  $y = x + 4 \in [1 + \sqrt{5}, \infty)$ , ecuația dată revine la

$$y^2 - 2y - 4 = 4\sqrt{y+1}.$$

Pe intervalul considerat ambii membri sunt nenegativi, deci putem ridica la pătrat, obținând echivalent

$$(y^2 - 2y - 4)^2 = 16(y+1) \iff y^2(y^2 - 4y - 4) = 0.$$

Singura soluție admisibilă este  $y = 2 + 2\sqrt{2}$ , așadar ecuația inițială are unica soluție  $x = -2 + 2\sqrt{2}$ .