

### Etapa 5, Problema 3

Un joc matematic generează perechi de numere întregi pornind de la o pereche introdusă inițial. Jocul are trei opțiuni, după cum urmează:

- opțiunea A transformă perechea  $(a,b)$  în perechea  $(b,a)$ ;
- opțiunea B transformă perechea  $(a,b)$  în perechea  $(a+3b,b)$ ;
- opțiunea C transformă perechea  $(a,b)$  în perechea  $(a-2b,b)$ .

Fiecare opțiune poate fi utilizată de oricâte ori. De exemplu, pornind de la perechea  $(1,2)$  și aplicând succesiv șirul de opțiuni A, B, B, C, obținem perechea  $(6,1)$ .

a) Construiți un șir de aplicări ale celor trei opțiuni care să conducă de la perechea  $(4,6)$  la perechea  $(-2,-8)$ .

b) Demonstrați că, dacă plecăm de la perechea  $(2014,2015)$ , nu putem ajunge la perechea  $(20142014,20152015)$ .