

**Problema 4.** Determinați numerele naturale nenule  $a$ ,  $b$ ,  $c$  și  $d$  pentru care

$$a \times a \times a \times a + 7 \times b \times b \times b + 5 \times c \times c + 8 \times d = 52.$$

*Cristina și Mihai Vijdeluc, Baia Mare*

**Soluție:** Dacă  $a \geq 3$  atunci  $a \times a \times a \times a \geq 81$ . Deci  $a = 2$  sau  $a = 1$ .

Pentru  $a = 2$  relația dată devine  $7 \times b \times b \times b + 5 \times c \times c + 8 \times d = 36$ .

Dacă  $b \geq 2$  atunci  $7 \times b \times b \times b \geq 56$ . Așadar,  $b = 1$  și relația devine  $5 \times c \times c + 8 \times d = 29$ .

Dacă  $c \geq 3$  atunci  $5 \times c \times c \geq 45$ . Prin urmare  $c = 2$  sau  $c = 1$ .

Pentru  $c = 2$  relația devine  $8 \times d = 9$  și nu există numere naturale care înmulțite cu 8 să dea 9.

Pentru  $c = 1$  relația devine  $8 \times d = 24$ , de unde  $d = 3$ .

Pentru  $a = 1$  relația dată devine  $7 \times b \times b \times b + 5 \times c \times c + 8 \times d = 51$ .

Dacă  $b \geq 2$  atunci  $7 \times b \times b \times b \geq 56$ . Așadar,  $b = 1$  și relația devine  $5 \times c \times c + 8 \times d = 44$ .

Dacă  $c \geq 3$  atunci  $5 \times c \times c \geq 45$ . Prin urmare  $c = 2$  sau  $c = 1$ .

Pentru  $c = 2$  relația devine  $8 \times d = 24$ , de unde  $d = 3$ .

Pentru  $c = 1$  relația devine  $8 \times d = 39$  și nu există numere naturale care înmulțite cu 8 să dea 39.

În concluzie, sunt posibile cazurile  $a = 2, b = 1, c = 1, d = 3$  sau  $a = 1, b = 1, c = 2, d = 3$