**Problema 4.** Există numere naturale $a, b$ și $c$ pentru care

$$5a^2 + 16b^4 + 2c^6 = 2023 \cdot 2024?$$

* * *

**Soluție:** Presupunem că există numerele naturale $a, b$ și $c$ pentru care $5a^2 + 16b^4 + 2c^6 = 2023 \cdot 2024$.

Deoarece $16b^4, 2c^6$ și $2023 \cdot 2024$ sunt numere pare deducem că $5a^2$ este număr par, deci $a = 2k$, unde $k$ este număr natural.

Cu aceasta, relația devine

$$20k^2 + 16b^4 + 2c^6 = 2023 \cdot 2024$$

sau

$$10k^2 + 8b^4 + c^6 = 2023 \cdot 1012.$$

Ca mai sus, avem $c = 2p$, unde $p$ este număr natural și ultima relație devine

$$10k^2 + 8b^4 + 64p^6 = 2023 \cdot 1012$$

sau

$$5k^2 + 4b^4 + 32p^6 = 2023 \cdot 506.$$

Din ultima relație avem $k = 2r$, unde $r$ este număr natural și relația devine

$$20r^2 + 4b^4 + 32p^6 = 2023 \cdot 506$$

sau

$$10r^2 + 2b^4 + 16p^6 = 2023 \cdot 253.$$

Relația astfel obținută este falsă deoarece membrul stâng este un număr par, iar membrul drept este un număr impar.

Presupunerea făcută este falsă, deci nu există numere naturale $a, b$ și $c$ pentru care $5a^2 + 16b^4 + 2c^6 = 2023 \cdot 2024$.