

Problema 1.

Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația:

$$2^x - 5^y = 39.$$

* * *

Soluție:

Dacă $y = 0$ nu avem soluții. Pentru $y \geq 1$, ultima cifră a numărului $5^y + 39$ este 4, deci $x = 4k + 2$, $k \in \mathbb{N}$.

Dacă y este impar, atunci $5^y = M_3 + 2$ și $2^{4k+2} = M_3 + 1$, imposibil.

Deci $y = 2l$, $l \in \mathbb{N}$ și ecuația devine $(2^{2k+1} - 5^l)(2^{2k+1} + 5^l) = 39$, de unde rezultă $x = 6$, $y = 2$.