

Problema 2. Determinați valoarea minimă a numărului natural a pentru care suma resturilor împărțirii numerelor $a, a + 1, a + 2, \dots, a + 2024$ la 2024 este $2023 \cdot 1013$.

Mihai Bunget

Soluție: Avem în șir 2025 de numere consecutive și atunci în mod sigur 2024 resturi vor fi $0, 1, 2, \dots, 2023$, așadar suma lor va fi $2023 \cdot 1012$.

Deducem că al 2025-lea rest trebuie să fie 2023 (pentru că $2023 \cdot 1012 + 2023 = 2023 \cdot 1013$).

Prin urmare restul 2023 apare de două ori.

Cum în șirul de numere dat doar a și $a + 2024$ dau același rest la împărțirea cu 2024, deducem că acest rest este 2023, așadar $a = 2024 \cdot k + 2023$. Valoarea minimă a lui a va fi 2023.