

SOLUȚIE

Problema 1. Se consideră numerele naturale a, b și c astfel încât $7 \mid a^3 + b^3 + c^3$. Arătați că $7 \mid abc$.

* * *

Soluție: Dacă n este un număr natural, atunci $n \in \{7k, 7k + 1, 7k + 2, 7k + 3, 7k + 4, 7k + 5, 7k + 6\}$, unde k este număr natural. De aici $n^3 \in \{7p, 7p + 1, 7p + 6\}$, unde p este număr natural.

Deoarece $7 \mid a^3 + b^3 + c^3$ deducem că numerele au cele trei forme ale lui n^3 , deci unul dintre numerele a^3, b^3 sau c^3 se divide cu 7.

Presupunem că $7 \mid a^3$, atunci $7 \mid a$, deci $7 \mid abc$.