Problema 3.

Se consideră tertraedrul *ABCD* și *M* un punct în interiorul triunghiului *BCD*. Paralele duse din *M* la muchiile *AB*, *AC*, *AD* intersectreză fețele (*ACD*), (*ABD*), respectiv, (*ABC*) în punctele *A'*, *B'*, respectiv, *C'*. Dacă $(BCD)\|(A'B'C')$, demonstrați că *M* este centrul de greutate al triunghiului *BCD*.

Soluție.

Deoarece punctele *A*, *B*, *M*, *A'* sunt coplanare, rezultă că dreptele *BM*, *AA'* și *CD* sunt concurente, fie $BM\cap AA'\cap CD=\{P\}$ și $\frac{AA'}{A'P}=\frac{BM}{MP}$. Analog $AB'\cap CM\cap BD=\{Q\}$ și $\frac{AB'}{B'Q}=\frac{CM}{MQ}$, $AC'\cap DM\cap BC=\{R\}$ și $\frac{AC'}{C'R}=\frac{DM}{MR}$. Deoarece $(BCD)\|(A'B'C')$ rezultă că $\frac{AA'}{A'P}=\frac{AB'}{B'Q}=\frac{AC'}{C'R}$, deci $\frac{BM}{MP}=\frac{CM}{MQ}=\frac{DM}{MR}$, ceea ce ne conduce, folosind reciproca teoremei lui *Thales*, la $PQ\|BC$, $QR\|CD$, $RP\|BD$, deci $\frac{DP}{PC}=\frac{DQ}{QB}=\frac{CR}{RB}=\frac{PC}{DP}$, de unde $\frac{CP}{PD}=1$, deci *P*, *Q*, *R* sunt mijloacele laturilor triunghiului *BCD*.