SOLUŢIE

1. Găsiţi cel mai mare număr natural n cu proprietatea că 10^n divide $2022!$, unde cu $k!$ am notat produsul $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k$.

Soluţie. Observăm că numărul căutat este cel mai mare număr natural n cu proprietatea că 5^n divide $2022!$ (exponentul lui 5 din descompunerea în factori primi a numărului $2022!$), adică

$$\left[\frac{2022}{5}\right] + \left[\frac{2022}{5^2}\right] + \left[\frac{2022}{5^3}\right] + \left[\frac{2022}{5^4}\right] + \left[\frac{2022}{5^5}\right] + \ldots$$

Cum pentru $k \geqslant 5$ avem $\left[\frac{2022}{5^k}\right] = 0$, rezultă că

$$n_{max} = \left[\frac{2022}{5}\right] + \left[\frac{2022}{5^2}\right] + \left[\frac{2022}{5^3}\right] + \left[\frac{2022}{5^4}\right] = 404 + 80 + 16 + 3 = 503.$$