

SOLUȚIE

Problema 2. Determinați restul împărțirii numărului $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2022}$ la 40.

* * *

Soluție: Observăm că $1 + 3 + 3^2 + 3^3 = 40$, deci dacă grupăm termenii câte patru obținem numere divizibile cu 40.

Dar suma are 2023 de termeni, iar $2023 = 4 \cdot 505 + 3$, deci trei termeni trebuie lăsați de o parte.

Avem $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2022} = 1 + 3 + 3^2 + 3^3(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + 3^7(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{2019}(1 + 3 + 3^2 + 3^3) = \mathcal{M}40 + 13$, deci restul împărțirii lui A la 40 este 13.