

Problema 3. Se dau 13 numere naturale distincte, nenule, mai mici decât 64. Să se arate că se pot alege trei numere din cele date, fie acestea a , b , c cu $a < b < c$, astfel încât $a + b > c$.
Mihai Bunget

Soluție: Se împart numerele de la 1 la 63 în următoarele mulțimi:

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6, 7\}, \{8, 9, 10, \dots, 15\} \\ \{16, 17, \dots, 31\}, \{32, 33, \dots, 63\}.$$

Cum numărul mulțimilor este 6 iar al numerelor este 13, deducem că va exista o mulțime în care se vor afla cel puțin 3 dintre cele 13 numere.

Presupunând că am ales numerele 1,2,3 rămân 10 elemente pe care trebuie să le alegem din celelate 4 mulțimi. Așadar, tot vom avea 3 numere din aceeași mulțime.

Cum suma celor mai mici două elemente dintr-o mulțime este mai mare decât cel mai mare element al mulțimii, deducem că cele 3 elemente alese dintr-o mulțime vor verifica proprietatea cerută.