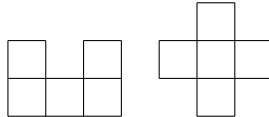


Problema 1. Determinați toate numerele naturale $n \geq 2$ pentru care este posibil să acoperim fără suprapunere o tablă $15 \times n$ cu piese de forma:



Olimpiadă America Centrală

Soluție Din două piese de tip 1 și o piesă de tip 2 se poate forma un bloc de forma 5×3 (5 linii, 3 coloane) sau un bloc de forma 3×5 (3 linii, 5 coloane).

Dacă $n = 3k$ atunci tabla se poate acoperi cu $9k$ blocuri de forma 5×3 .

Dacă $n = 3k + 1, n \geq 10$ atunci tabla se poate acoperi cu $9(k - 3)$ blocuri de forma 5×3 și 10 blocuri de forma 3×5 .

Dacă $n = 3k + 2, n \geq 5$ atunci tabla se poate acoperi cu $9(k - 1)$ blocuri de forma 5×3 și 5 blocuri de forma 3×5 .

Dacă $n = 2$ tabla nu se poate acoperi deoarece ar trebui folosite doar forme de tipul 1. Dacă $n = 4$ tabla nu se poate acoperi deoarece pentru a acoperi prima linie are fi necesare două forme de tip 1 care izolează un bloc 1×2 . Dacă $n = 7$ tabla nu se poate acoperi deoarece pentru a acoperi prima linie are fi necesare trei forme de tip 1 care izolează două blocuri 1×1 sau un bloc de forma 5×3 care separă o zonă ca în cazul $n = 2$.

În concluzie pentru $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2, 4, 7\}$ tabla poate fi acoperită cu piese de forma dată.