

Problema 3. Se consideră numărul $A = 10^{2024} - 2^{10}$. Stabiliți dacă A este pătratul unui număr natural.

* * *

Soluție: Folosim următorul rezultat: *Dacă un pătrat perfect A se divide cu numărul prim p , atunci A se divide cu p^2 .*

$$\text{Avem } A = 1 \underbrace{0000 \dots 0000}_{\text{de } 2024 \text{ de ori}} - 1024 = \underbrace{9999 \dots 9}_{\text{de } 2020 \text{ de ori}} 8976.$$

Suma cifrelor numărului A este $9 \cdot 2020 + 8 + 9 + 7 + 6 = 18210$ care se divide cu numărul prim 3, dar nu se divide cu $3^2 = 9$.

Prin urmare A nu este pătratul unui număr natural.