Problemă. Fie $a,\ b, c$ cifre nenule pentru care

$$a + \overline{bc} + \overline{abc} = c + \overline{ab} + \overline{cab}.$$

Arătaţi că $a = b = c$.

* * *

Soluţie Folosind scrierea zecimală avem

$$a + 10b + c + 100a + 10b + c = c + 10a + b + 100c + 10a + b$$

sau

$$101a + 20b + 2c = 101c + 20a + 2b.$$

Ultima relaţie se scrie

$$81a + 18b = 99c$$

care, prin împărţire la 9 devine

$$9a + 2b = 11c.$$

Aceasta se mai scrie

$$9a - 9c = 2c - 2b$$

sau

$$9(a - c) = 2(c - b).$$

Din ultima relaţie deducem că

$$9 \mid 2(c - b)$$

şi cum 9 nu divide pe 2, rezultă

$$9 \mid c - b.$$

Dar c şi b sunt cifre nenule şi atunci, din ultima relaţie, deducem că

$$c - b = 0$$

sau

$$b = c.$$

Acum, din $9(a - c) = 2(c - b)$ rezultă şi

$$a = c.$$

Aşadar

$$a = b = c.$$