

**Problema 3.** Există numere naturale  $a, b$  și  $c$  pentru care

$$5a^2 + 16b^4 + 2c^6 = 2023 \cdot 2024?$$

\* \* \*

**Soluție:** Presupunem că există numerele naturale  $a, b$  și  $c$  pentru care  $5a^2 + 16b^4 + 2c^6 = 2023 \cdot 2024$ .

Deoarece  $16b^4, 2c^6$  și  $2023 \cdot 2024$  sunt numere pare deducem că  $5a^2$  este număr par, deci  $a = 2k$ , unde  $k$  este număr natural.

Cu aceasta, relația devine

$$20k^2 + 16b^4 + 2c^6 = 2023 \cdot 2024$$

sau

$$10k^2 + 8b^4 + c^6 = 2023 \cdot 1012.$$

Ca mai sus, avem  $c = 2p$ , unde  $p$  este număr natural și ultima relație devine

$$10k^2 + 8b^4 + 64p^6 = 2023 \cdot 1012$$

sau

$$5k^2 + 4b^4 + 32p^6 = 2023 \cdot 506.$$

Din ultima relație avem  $k = 2r$ , unde  $r$  este număr natural și relația devine

$$20r^2 + 4b^4 + 32p^6 = 2023 \cdot 506$$

sau

$$10r^2 + 2b^4 + 16p^6 = 2023 \cdot 253.$$

Relația astfel obținută este falsă deoarece membrul stâng este un număr par, iar membrul drept este un număr impar.

Presupunerea făcută este falsă, deci nu există numere naturale  $a, b$  și  $c$  pentru care  $5a^2 + 16b^4 + 2c^6 = 2023 \cdot 2024$ .